Gruppe 1
Freitag 13:15-14:45, B-Woche
(Dr. B. Schulze)

Claudia Heinich, 8966108
Sven Pohl, 8968075
Arne Brutschy, 8964813

Numerik

Serie 2

3. a) Wir zeigen das $x = \frac{1}{2}$ zur Basis $b = 2$ die gegebene Darstellung hat:

$b = 2, d_i = \{0, 1, .., b-1\} = \{0, 1\}, d_1 = 1$ gegeben, $d_{2+} = 0$.
Wir wählen r minimal: $0 \leq x_0 < b^r \Rightarrow r = 0$

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^{\infty} d_i 2^{-i} \\ &= 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + \ldots \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

b) Das gleiche zeigen wir für die Basis $b = 3$:

$b = 3$, $d_i = \{0, 1, .., b-1\} = \{0, 1, 2\}$, $d_i = 1$ gegeben.
Wir wählen r minimal: $0 \leq x_0 < b^r \Rightarrow r = 0$

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^{\infty} d_i b^{r-i} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} 1 \cdot 3^{-i} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} \ldots \end{aligned}$$

Wie man sieht handelt es sich um eine geometrische Reihe, die man ganz leicht berechnen kann:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{3^i} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} - 1 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Claudia Heinich, 8966108
Sven Pohl, 8968075
Arne Brutschy, 8964813

c) Wir verallgemeinern die Darstellungen für beliebige Basen $b \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$:

Für gerade b gilt, das die Entwicklung nach x_1 abbrechen kann wenn man $d_1 = \frac{b}{2}$ setzt, da sich dadurch

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{b}{2} \cdot b^{-1} \\ &= \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{b} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ergibt. Alle weiteren d_i müssen dann 0 sein.

Für ungerade b ergibt sich eine unendliche, aber geometrische Reihe. Diese kann man allgemein mit

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^{\infty} d_i \cdot \frac{1}{b^i} \\ &= d_i \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{b^i} \\ &= d_i \cdot (\frac{1}{1 - \frac{1}{b}} - 1) \end{aligned}$$

beschreiben. Wenn man nun $d_i = [\frac{b}{2}]$ setzt, erhält man

$$\begin{aligned} x &= \left[\frac{b}{2}\right] \cdot (\frac{1}{1 - \frac{1}{b}} - 1) \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

4. a) Normalisierung der gegebenen Zahlen zur Basis $b = 10$:

$x = 0.235 \cdot 10^2$

$y = -0.174 \cdot 10^{-2}$

$z = 0.667 \cdot 10^0$

Claudia Heinich, 8966108
Sven Pohl, 8968075
Arne Brutschy, 8964813

b) Das C-Programm erzeugte folgende Ausgabe:

```
Bitte geben sie eine (reelle) Zahl ein: 23.451
Die Zahl zur Basis 10 lautet:  2.34510000000000005116e+01

Bitte geben sie eine (reelle) Zahl ein: -0.0017349
Die Zahl zur Basis 10 lautet: -1.73489999999999994044e-03

Bitte geben sie eine (reelle) Zahl ein: 0.66666666666666666666
Die Zahl zur Basis 10 lautet:  6.66666666666666629659e-01
```

Hier der zugehörige C-Quellcode:

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>

int main()
{
  double Zahl;
  char   String[256], *Reststring;


  do {
    printf("Bitte geben sie eine (reelle) Zahl ein: ");

    fflush(stdin);
    if (scanf("%255s", String) == EOF) return 1;
    Zahl= strtod(String, &Reststring);
  } while(strlen(Reststring) != 0
      && printf("Bitte geben sie eine Zahl ein!\n"));

  printf("Die Zahl zur Basis 10 lautet: %27.20e\n", Zahl);

  return 0;
}
```