

## Berechenbarkeit und Komplexität

### Serie 2

1.  $M_{L_1}$  entscheidet  $L_1$ ,  $M_{L_2}$  entscheidet  $L_2$ .  
Sei  $L = L_1 \cap L_2$ .

Ich konstruiere eine 2-Band Turingmaschine. Die Maschine kopiert die Eingabe  $w \in L$  vom ersten auf das zweite Band. Dann wird  $M_{L_1}$  auf dem ersten Band und  $M_{L_2}$  auf dem zweiten Band nacheinander laufen gelassen. Nachdem beide Maschinen halten<sup>1</sup>, schreibt die Turingmaschine  $\#Y\#$  auf das erste Band, wenn auf beiden Bändern  $\#Y\#$  steht. Falls auf einem der Bänder  $\#N\#$  steht, schreibt die Maschine  $\#N\#$  auf das erste Band.

Damit entscheidet die Maschine alle Sprachen die von  $M_{L_1}$  und  $M_{L_2}$  entschieden werden.

Wir haben somit eine Turing-Maschine konstruiert, die nach Definition die Sprache  $L$  entscheidet. Daraus folgt, daß die Menge aller entscheidbaren Sprachen bzgl. des Durchschnitts abgeschlossen ist.

2.  $M_{L_1}$  akzeptiert  $L_1$ ,  $M_{L_2}$  akzeptiert  $L_2$ .  
Sei  $L$  wieder  $L_1 \cap L_2$ .

Ich konstruiere wiederum eine 2-Band Turingmaschine. Die Maschine kopiert die Eingabe  $w$  vom ersten auf das zweite Band. Dann wird  $M_{L_1}$  auf dem ersten Band und  $M_{L_2}$  auf dem zweiten Band nacheinander laufen gelassen.

Die Maschine hält wenn  $M_{L_1}$  und  $M_{L_2}$  halten.  $L$  ist nach Definition durch die Maschine akzeptierbar. Daraus folgt, daß die Menge aller akzeptierbaren Sprachen bzgl. des Durchschnitts abgeschlossen ist.

---

<sup>1</sup> $M$  hält, da jede entscheidbare Sprache akzeptierbar ist