

Automaten und Formale Sprachen

Serie 5

1. Die Aufgaben NOP, NOPCH, NOPGR und FP wurden wie gefordert an autotool@theopc.informatik.uni-leipzig.de gesandt.

2. $n = 1$:

$$S \rightarrow \varepsilon: \quad \begin{array}{l} |u|_a = 0 \\ |u|_b = 0 \end{array} \quad S \rightarrow aSbS \vee bSaS: \quad \begin{array}{l} |u|_a = 1 \\ |u|_b = 1 \end{array}$$

$n + 1$:

$$S_n \rightarrow \varepsilon: \quad \begin{array}{l} |u|_a = n \\ |u|_b = n \end{array} \quad S_n \rightarrow aSbS \vee bSaS: \quad \begin{array}{l} |u|_a = n + 1 \\ |u|_b = n + 1 \end{array}$$

3. Zu zeigen: $L(G) \rightarrow E$:

$$L(G)_0 = \varepsilon,$$

$$L(G)_{n+1} = (a \circ L(G)_n \circ b \circ L(G)_n) + (b \circ L(G)_n \circ a \circ L(G)_n)$$

Daraus folgt mit 2. $L(G) = \langle\langle a \rangle\langle b \rangle\rangle$ mit $|w|_a = |w|_b$.

Somit gilt mit $E = \langle\langle a \rangle\langle b \rangle\rangle \in a, b^* L(G) \subseteq E$.

4. Sei $u = a$, so gilt mittels $|w|_a = |w|_b$ $v = b$ und es gilt $u \in E$. Die Umkehrung $u = b$ und $v = a$ gilt ebenfalls.

Bei $u = \varepsilon$, ist $v = \varepsilon$ und es gilt ebenfalls $u \in E$. Somit besitzt jedes w eine Zerlegung $aubv$ oder $buav$.

5. siehe 4.

6. Zu zeigen: $E \rightarrow L(G)$:

Aus 4. folgt das jedes Wort w besitzt eine Zerlegung $aubv$ oder $buav$. Da u und v disjunkt sind, genügen diese $S \rightarrow aSbS \vee bSaS$. Somit gilt $E \rightarrow L(G)$. Aus 3. folgt dann $L(G) = E$.

7. G^+ kann nicht E erzeugen.

Gegenbeispiel: $baab$.