

## Automaten und Formale Sprachen

### Serie 5

1. Die Aufgaben NOP, NOPCH, NOPGR und FP wurden wie gefordert an autotool@theopc.informatik.uni-leipzig.de gesandt.

2.  $n = 1$ :

$$S \rightarrow \varepsilon: \quad \begin{array}{l} |u|_a = 0 \\ |u|_b = 0 \end{array} \quad S \rightarrow aSbS \vee bSaS: \quad \begin{array}{l} |u|_a = 1 \\ |u|_b = 1 \end{array}$$

$n + 1$ :

$$S_n \rightarrow \varepsilon: \quad \begin{array}{l} |u|_a = n \\ |u|_b = n \end{array} \quad S_n \rightarrow aSbS \vee bSaS: \quad \begin{array}{l} |u|_a = n + 1 \\ |u|_b = n + 1 \end{array}$$

3. Zu zeigen:  $L(G) \rightarrow E$ :

$$L(G)_0 = \varepsilon,$$

$$L(G)_{n+1} = (a \circ L(G)_n \circ b \circ L(G)_n) + (b \circ L(G)_n \circ a \circ L(G)_n)$$

Daraus folgt mit 2.  $L(G) = \langle\langle a \rangle\langle b \rangle\rangle$  mit  $|w|_a = |w|_b$ .

Somit gilt mit  $E = \langle\langle a \rangle\langle b \rangle\rangle \in a, b^* L(G) \subseteq E$ .

4. Sei  $u = a$ , so gilt mittels  $|w|_a = |w|_b$   $v = b$  und es gilt  $u \in E$ . Die Umkehrung  $u = b$  und  $v = a$  gilt ebenfalls.

Bei  $u = \varepsilon$ , ist  $v = \varepsilon$  und es gilt ebenfalls  $u \in E$ . Somit besitzt jedes  $w$  eine Zerlegung  $aubv$  oder  $buav$ .

5. siehe 4.

6. Zu zeigen:  $E \rightarrow L(G)$ :

Aus 4. folgt das jedes Wort  $w$  besitzt eine Zerlegung  $aubv$  oder  $buav$ . Da  $u$  und  $v$  disjunkt sind, genügen diese  $S \rightarrow aSbS \vee bSaS$ . Somit gilt  $E \rightarrow L(G)$ . Aus 3. folgt dann  $L(G) = E$ .

7.  $G^+$  kann nicht  $E$  erzeugen.

Gegenbeispiel:  $baab$ .