Automaten und Formale Sprachen

Serie 4

1. a) Beweis durch Induktion:

Induktionsvorraussetzung:
Ich setze $n = 1$, für $S[1, 2, 3]$ entsteht die Folge $[0, 1, 1, 1]$. Diese hat die Periodenlänge $l = 4n = 4$.
Induktionsschritt:
Für $n+1$ gilt dann, daß der Zustand y_1 einmal mehr die Folge $[0, 1]$ erzeugen muss bis die erste Null den Zustand $y_{2(n+1)}$ erreicht. Das Netz muss dann zusätzlich die Folge $[1, 1]$ erzeugen um die hinzugefügte Null aus dem Netz zu geshiften. Dies ist Notwendig um wieder den Startzutand zu erreichen. Damit hat die Folge die Länge $4n+2+2 = 4(n+1)$.

b) Der Automat hat maximal 2^n Zustände. Wenn $t = (2^n) + 1$ gilt, muss eine Periode existieren. Die lngste Vorperiode ist $(2^n) - 2$ (es werden zwei Zustnde für die Periode benötigt). Die lngste theoretische Periode ist 2^n.

2. Die Aufgabe Shift wurde wie verlangt an `autotool` geschickt.

3. Die Aufgabe Equiv wurde wie verlangt an `autotool` geschickt.

4. a) Die Aufgabe ABL wurde wie verlangt an `autotool` geschickt.

b) Beweis durch Induktion:

Induktionsvorraussetzung:
Für “X“ gilt $n = 0$.

Induktionsschritt:
Anhand der folgenden Tabelle kann man deutlich sehen, das die Anzahl der Positionen von {a}, {b,Y} und {c,Z} bei jeder Regel entweder um den gleichen Betrag steigen oder unverändert bleiben:

Regel	$\|w\|_{\{a\}}$	$\|w\|_{\{b,Y\}}$	$\|w\|_{\{c,Z\}}$
$X \to abZ$	$n = n+1$	$n = n+1$	$n = n+1$
$X \to aXYZ$	$n = n+1$	$n = n+1$	$n = n+1$
$ZY \to YZ$	$n = n$	$n = n$	$n = n$
$bY \to bb$	$n = n$	$n = n$	$n = n$
$bZ \to bc$	$n = n$	$n = n$	$n = n$
$cZ \to cc$	$n = n$	$n = n$	$n = n$

Somit gilt $|w|_{\{a\}} = |w|_{\{b,Y\}} = |w|_{\{c,Z\}}$.

c) Beweis durch Induktion:

Es ist zu zeigen das $w \in a^*(\{X\} \cup b^*c^*)\{Y,Z\}^*$ und damit $w \in a^*b^*c^*\{Y,Z\}^* \vee w \in a^*\{X\}\{Y,Z\}^*$.
Induktionsvorraussetzung:
Für "X" gilt $n = 0$.

Induktionsschritt:
Aus der Folgenden Tabelle kann man entnehmen wie sich die Wörter entwickeln:

Regel	Ableitung
$X \rightarrow abZ$	$w \in a^*\{X\}\{Y,Z\}^* = a^*ab\{Z\}\{Y,Z\}^* = a^*b^*c^*\{Y,Z\}^*$
$X \rightarrow aXYZ$	$w \in a^*\{X\}\{Y,Z\}^* = a^*a\{X,Y,Z\}\{Y,Z\}^* = a^*\{X\}\{Y,Z\}^*$
$ZY \rightarrow YZ$	$w \in a^*(\{X\} \cup b^*c^*)\{Y,Z\}^*$
$bY \rightarrow bb$	$w \in a^*b^*bY\{Y,Z\}^* = a^*b^*bc\{Y,Z\}^* = a^*b^*c^*\{Y,Z\}^*$
$bZ \rightarrow bc$	$w \in a^*b^*bZ\{Y,Z\}^* = a^*b^*bb\{Y,Z\}^* = a^*b^*c^*\{Y,Z\}^*$
$cZ \rightarrow cc$	$w \in a^*b^*cZ\{Y,Z\}^* = a^*b^*cc\{Y,Z\}^* = a^*b^*c^*\{Y,Z\}^*$

Da die sich die einzelnen Regeln entsprechend der Behauptung entwickeln lassen, gilt $w \in a^*(\{X\} \cup b^*c^*)\{Y,Z\}^*$.

d) Da $|w|_{\{a\}} = |w|_{\{b,Y\}} = |w|_{\{c,Z\}}$ gilt und ein Wort keine Nichtterminale enthalten darf, gilt $|w|_{\{a\}} = |w|_{\{b\}} = |w|_{\{c\}} = n$. Damit gilt $\{a^nb^nc^n\}$ und somit $L(G) \subseteq D$.