Automaten und Formale Sprachen

Serie 3

1. a) Ich nehme an es existiert ein $x \in h(A \cap B)$ dann ist $x \in h(A) \wedge x \in h(B)$, was aber direkt zu $x \in (h(A) \cap h(B))$. Die hier gezeigte Gleichheit gilt aber nur wenn h isomorph, andernfalls ist $h(A \cap B) \subseteq h(A) \cap h(B)$.
Beispiel:
$\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{a, b\}$; $h(x) : \Sigma_* \to \Gamma_*$:

$$h = \begin{cases} a & \text{wenn } a \vee c \\ b & \text{wenn } b \end{cases}$$

$A = a^*b^*$, $B = b^*c^*$.
Somit ist $A \cap B = b^*$ und $h(A \cap B) = b^*$. $h(A) \cap h(B)$ ist dann aber $a^*b^* \cap b^*a^*$. Die linke Seite ist offensichtlich Teilmenge der Rechten, aber $w =$ "a" kommt nur rechts vor.

b) h muss injektiv sein (Monomorphismus) da h invertierbar. Falls h Isomorphismus sein sollte (bijektiv) ist die Lösung trivial und es gilt $h(A) = h^{-1}(h(A))$. Da das Abbild einer injektiven Funktion Teilmenge des Abbildes einer bijektiven ist, gilt hier $h(A) \subseteq h^{-1}(h(A))$.
Beispiel:
Sei h injektiv, aber nicht bijketiv, A beliebig mit $w \in \Gamma^*$ und $w \notin h(A)$.

c) Dieser Term ist keine allgemeingültige Inklusion.
Gegenbeispiel:
Sei $\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$, $A = a^*b$, $B = b^*$. Dann ist $A/B = aa^*b$, $(A/B) \cdot B = aa^*bb^*$. b ist in A/B, aber nicht in $(A/B) \cdot B$. Somit ist b) nicht allgemeingültig.
Beispiel:
Sei $\Sigma = \{a, b\}$, $A = a^*$, $B = b^*$. $A/B = a^*$, $(A/B) \cdot B = a^*b^*$. Es gilt $A \subseteq (A/B) \cdot B$, ab ist aber nur in $(A/B) \cdot B$.

2. Diese Aufgabe habe ich, ebenso wie die Aufgaben 3 und 4, wie verlangt an `autotool <autotool@theopc.informatik.uni-leipzig.de>` gesand.