Automaten und Formale Sprachen

Serie 2

1. Sei $a \in A$ und $b \in B$, $L_0 = \varepsilon$. Dann ist

$$
\begin{aligned}
L_1 &= a \cdot L_0 \cup b \\
&= a \cup b \\
&= \{a, b\} \\
L_2 &= a \cdot L_1 \cup b \\
&= a \cdot (a \cup b) \cup b \\
&= \{aa, ab, b\} \\
L_3 &= a \cdot (a \cdot (a \cup b) \cup b) \cup b \\
&= \{aaa, aab, ab, b\} \\
L_4 &= a \cdot (a \cdot (a \cdot (a \cup b) \cup b) \cup b) \cup b) \\
&= \{aaaa, aaab, aab, ab, b\} \\
&. \\
&.
\end{aligned}
$$

Wie man hier deutlich erkennen kann, endwickelt sich hier nach Stufe n von L ein regulärer Ausdruck den man mit $L_n = a^n \cup a^{n-1}b \cup a^{n-2}b \ldots b$ beschreiben kann.

Da L die Menge aller L_n für $n \in \mathbb{N}$ ist, kann man L mit dem regulären Ausdruck $L = a^* \cup a^*b$ ausdrücken.

2. a) $(A \cdot B^*)^* = (A \cup B)*$, $A \cdot B^* = A \cup B$.
   Sei $a \in A$, $b \in B$: $A \cdot B^* = \{p|ab^*\} = \{a, ab, abb, abbb, \ldots\}$
   Allerdings ist $A \cup B = \{p|p \in A \vee p \in B\} = \{a, b\}$
   Gegenbeispiel: mit $A \cup B$ kann man b bilden, was mit $A \cdot B^*$ unmöglich ist.

   b) $(A^* \cdot B^*)^* = (A \cup B)*$ gilt:
   Sei $a \in A$, $b \in B$: $A^* \cdot B^* = \{p|a^*b^*\} = \{a, b, ab, ba, aa, bb, aab, abb, ab, \ldots\}$
   $A \cup B = \{p|p \in A \vee p \in B\} = \{a, b\}$
   Aus $\{a, b\}^*$ lassen sich alle Wörter bilden die man mit diesem Alphabet bilden kann. Diese sind aber gleich der Menge aller Wörter die man mittels $(A^* \cdot B^*)^*$ bilden kann.

3. Die Aufgaben wurden wie verlangt an das Autotool gesandt.