Automaten und Formale Sprachen

Serie 1

1. a) Die Lösung dieser Aufgabe wurde wie verlangt an `autotool@informatik.uni-leipzig.de` gesand; die Eingabe wurde als richtig akzeptiert. Der Vollständigkeit halber hier noch mal die Lösung:

```
import NFA
import Set
import FiniteMap

student :: NFA Int
student = NFA { states = mkSet [1, 2, 3], starts = mkSet [1],
        finals = mkSet [3],
        trans  = listToFM  [((1, 'a'), mkSet [2]), ((2, 'a'), mkSet [2]),
                            ((2, 'b'), mkSet [3]), ((3, 'b'), mkSet [3])]}
```

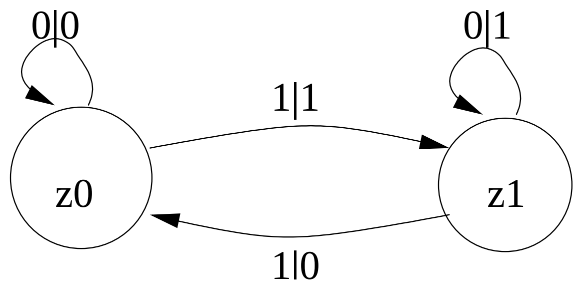
   b) Bei $m = n$ kann die gestellte Aufgabe nicht durch einen endlichen Automaten gelöst werden. Da man nach jedem a wieder ein b bräuchte, wären unendlich viele Zustände nötig.
   Um die Aufgabe bei $m = n$ zu lösen braucht man eine Grammatik des Comsky-Typs 2 (kontext-frei). Im autotool würde ich diese folgender Massen implementieren:

```
import Grammatik
import Set

student = Grammatik
        { terminale = mkSet "ab"
        , nichtterminale = mkSet "SX"
        , startsymbol = 'S'
        , regeln = mkSet
                [ ("S", "aXb")
                , ("X", "aXb")
                , ("X", "")
                ]
        }
```

2. Die vom gegebenen Automaten A im Zustand z_0 erzeugte Wortfunktion ist:

$$\Phi(px) = \Phi(p) + \begin{cases} 0, \text{falls die Anzahl der Einsen in}(px)\text{gerade ist} \\ 1, \text{falls die Anzahl der Einsen in}(px)\text{ungerade ist} \end{cases}$$



3. Ich zeige, das die Wortfunktion sequentiell ist:

   a) Längengleichheit:

   $l(p) = l(\varphi(p)$ für alle $p \in X^*$ gilt, da der Automat für jedes einzelne Element der Eingabe ein einzelnes Element als Ausgabe erzeugt.

   b) Restrospektivität:

   Für jedes $p, r \in X^*$ gibt es ein $t \in Y^*$ mit $\varphi(pr) = \varphi(p)t$ gilt ebenfalls, da jedes t innerhalb der Menge aller Wörter Y^* liegt.

   Die Wortfunktion ist also sequentiell. Sie kann allerdings nicht von einem endlichen Automaten erzeugt werden. Da das Auftreten von Quadratzahlen nicht periodisch sondern ungregelmässig über $\mathbb{N}$ verteilt ist, bräuchte man für jedes Tupel von Quadratzahl eine unterschiedliche Anzahl von "Zwischenzuständen". Somit ist die Gesamtzahl der benötigten Zustände unendlich, die Wortfunktion φ ist nicht mittels eines endlichen Automaten erzeugbar.