

## Automaten und Formale Sprachen

### Serie 1

1. a) Die Lösung dieser Aufgabe wurde wie verlangt an `autotool@informatik.uni-leipzig.de` gesandt; die Eingabe wurde als richtig akzeptiert. Der Vollständigkeit halber hier noch mal die Lösung:

```
import NFA
import Set
import FiniteMap

student :: NFA Int
student = NFA { states = mkSet [1, 2, 3], starts = mkSet [1],
              finals = mkSet [3],
              trans = listToFM [((1, 'a'), mkSet [2]), ((2, 'a'), mkSet [2]),
                                ((2, 'b'), mkSet [3]), ((3, 'b'), mkSet [3])]}

```

- b) Bei  $m = n$  kann die gestellte Aufgabe nicht durch einen endlichen Automaten gelöst werden. Da man nach jedem  $a$  wieder ein  $b$  bräuchte, wären unendlich viele Zustände nötig.

Um die Aufgabe bei  $m = n$  zu lösen braucht man eine Grammatik des Comsky-Typs 2 (kontext-frei). Im autotool würde ich diese folgender Massen implementieren:

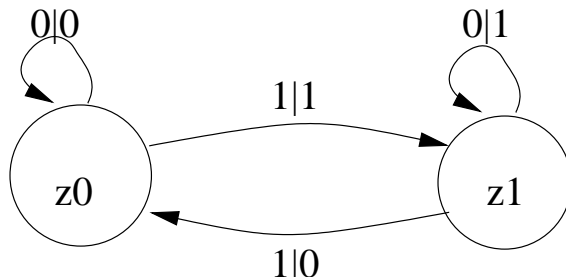
```
import Grammatik
import Set

student = Grammatik
  { terminale = mkSet "ab"
  , nichtterminale = mkSet "SX"
  , startsymbol = 'S'
  , regeln = mkSet
    [ ("S", "aXb")
    , ("X", "aXb")
    , ("X", "")
    ]
  }

```

2. Die vom gegebenen Automaten  $A$  im Zustand  $z_0$  erzeugte Wortfunktion ist:

$$\Phi(px) = \Phi(p) + \begin{cases} 0, & \text{falls die Anzahl der Einsen in } (px) \text{ gerade ist} \\ 1, & \text{falls die Anzahl der Einsen in } (px) \text{ ungerade ist} \end{cases}$$



3. Ich zeige, dass die Wortfunktion sequentiell ist:

a) Längengleichheit:

$l(p) = l(\varphi(p))$  für alle  $p \in X^*$  gilt, da der Automat für jedes einzelne Element der Eingabe ein einzelnes Element als Ausgabe erzeugt.

b) Restrospektivität:

Für jedes  $p, r \in X^*$  gibt es ein  $t \in Y^*$  mit  $\varphi(pr) = \varphi(p)t$  gilt ebenfalls, da jedes  $t$  innerhalb der Menge aller Wörter  $Y^*$  liegt.

Die Wortfunktion ist also sequentiell. Sie kann allerdings nicht von einem endlichen Automaten erzeugt werden. Da das Auftreten von Quadratzahlen nicht periodisch sondern unregelmässig über  $\mathbb{N}$  verteilt ist, bräuchte man für jedes Tupel von Quadratzahl eine unterschiedliche Anzahl von "Zwischenzuständen". Somit ist die Gesamtzahl der benötigten Zustände unendlich, die Wortfunktion  $\varphi$  ist nicht mittels eines endlichen Automaten erzeugbar.